검안 및 콘택트렌즈학회지 2021년 제20권 제2호
Ann Optom Contact Lens 2021;20(2):47-51
ISSN 2384-0919 (Print) • ISSN 2384-0927 (Online)
https://doi.org/10.52725/aocl.2021.20.2.47

Review Article

Zernike 다항식을 통한 수차와 콘택트렌즈

Aberrations Using Zernike Polynomials and Contact Lens

황웅주
Woong-Joo Whang, MD, PhD

가톨릭대학교 의과대학 여의도성모병원 안과학교실
Department of Ophthalmology, Yeouido St. Mary Hospital, College of Medicine, The Catholic University of Korea, Seoul, Korea

Aberration refers to a phase difference in light caused by a variation in the refractive power. Zernike polynomials, the most widely used method for analyzing aberrations in the human eye, consist of various polynomials configured according to the radial order and angular frequency. Among them, aberrations with an angular frequency of zero are suppressed by pupil and retinal sensitivity. Contact lenses for correcting presbyopia have mechanisms that induce vertical coma or spherical aberration. Positive spherical aberration is induced after wearing Ortho-k lenses.
Ann Optom Contact Lens 2021;20(2):47-51

Key Words: Contact lenses; Corneal wavefront aberration; Orthokeratology lens; Presbyopia

수차(aberration)란 굴절력의 변이로 인해 발생하는 빛의 위상차를 뜻한다. 즉, 한 점에서 동시에 출발한 빛이 매개체를 통과한 후에, 관찰자의 입장에서 한 점에 모이지 않게 되어 발생한다.

고전적인 수차의 종류는 크게 다섯 가지로, spherical aberration, coma, astigmatism, curvature of field, distortion 등으로 구성되어 있으나 이 가운데 curvature of field나 distortion은 원추세포가 황반 중심부에 몰려 있는 사람의 눈에서는 발생할 수 없는 현상이다. 이외의 3개의 수차를 바탕으로 각막의 불규칙 난시로 대표되는 각막의 복잡한 굴절력 변이를 측정하고자 제시된 개념이 Zernike 다항식이다.[1]

■ **Received:** 2021. 5. 31. ■ **Revised:** 2021. 6. 13.
■ **Accepted:** 2021. 6. 14.

■ Address reprint requests to **Woong-Joo Whang, MD, PhD**
Department of Ophthalmology, Yeouido St. Mary Hospital, College of Medicine, The Catholic University of Korea, #10 63-ro, Yeongdeungpo-gu, Seoul 07345, Korea
Tel: 82-2-3779-1848, Fax: 82-2-761-6869
E-mail: olokl@nate.com

* Conflicts of Interest: The author has no conflicts to disclose.

Copyright © 2021, The Korean Optometry Society
The Korean Contact Lens Study Society

ⓒ Annals of Optometry and Contact Lens is an Open Access Journal. All articles are distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

본고에서는 Zenike 다항식에서의 중요 수차의 개념과 수차에 대한 안구의 방어 기전을 알아보고, 콘택트렌즈 착용 시의 수차 변화에 대해 알아보고자 한다.

본 론

Zernike 다항식

Zernike 다항식은 안구의 굴절력 변이 및 기존의 난시 개념으로 설명이 어려운 불규칙 난시를 표현하기 위한 다양한 변수들을 체계적으로 제공한다. Zerike 다항식의 구성은 (Z_n^m)의 형태로 이루어져 있는데, 여기서 n은 형성되는 wavefront 선의 방정식의 차수(radial order)를 의미하며, Zernike 다항식에서는 radial polynomial로 표현된다. m은 분할의 횟수와 방향(angular frequency)을 뜻하며, Zernike 다항식에서는 Azimuthal factor로 표현된다(Table 1).[2]

$$Z_n^m = \text{Normalization factor} \times \text{Radial polynomial} \times \text{Azimuthal factor}$$

Normalization factor = $\sqrt{\frac{2(n+1)}{1+\delta m0}}$

n=radial order

δ_{m0} = 1 for m (=angular frequency) = 0

= 0 for m (=angular frequency) ≠ 0

(1) Defocus (Z_2^0): 전반적인 굴절력의 크기를 나타낸다. Wavefront 곡선은 2차 방정식이고 분할되지 않은 형태이다. 양의 defocus는 굴절력이 큰 상태 또는 근시를 의미하고, 음의 defocus는 굴절력이 작은 상태 또는 원시를 의미한다.

(2) Vertical astigmatism (Z_2^2)/Oblique astigmatism (Z_2^{-2}): Wavefront 곡선은 2차 방정식이고, 2회 분할하여 4등분하였을 때 서로 이웃하지 않은 2구역을 하나로 묶었을 경우 2개의 영역 간의 굴절력 차이를 시사한다. Vertical astigmatism 은 0° 경선을 기준으로 한 난시를 뜻한다. 양의 vertical astigmatism은 직난시(with the rule, WTR)를 의미하고 음의vertical astigmatism은 도난시(against the rule, ATR)를 의미한다. 사난시(oblique astigmatism)는 45° 경선을 기준으로 한 난시를 뜻한다. Vertical astigmatism과 oblique astigmatism의 평균제곱근(root mean square, RMS)은 난시의 절대값을 의미한다.

(3) Vertical coma (Z_3^{-1})/Horizontal coma (Z_3^1): Wavefront 곡선은 3차 방정식이고, 1회 분할하여 2등분하였을 때 2개의 영역 간의 굴절력 차이를 의미한다. Vertical coma는 상부와 하부의 굴절력 차이를 나타내는 지표이다. 양의 vertical coma는 상부의 굴절력이 큰 경우이고, 음의 vertical coma는 하부의 굴절력이 큰 경우이다. 따라서 원추각막의 진단에는 음의 vertical coma가 유용하게 쓰이고 있다.[3] Horizontal coma는 좌우의 굴절력 차이를 의미한다. 양의 horizontal coma가 있다는 것은, 좌안의 경우 이측, 우안의 경우 비측의 굴절력이 보다 강하다는 것을 시사한다. 반대로 음의 horizontal coma가 커진다는 것은, 좌안 비측 및 우안 이측의 굴절력이 커진다는 것을 시사한다. Vertical coma과 horizontal coma의 RMS은 coma의 절대량을 의미한다.

(4) Vertical trefoil (Z_3^{-3})/Oblique trefoil (Z_3^3): 정면에서 본 안구를 3회 분할하고, 서로 이웃하지 않은 3구역을 하나로 묶어 크게 2개의 영역으로 구분한 경우, 양 영역 간의 굴절력 차이를 의미한다. Vertical trefoil과 oblique trefoil의 RMS은 trefoil의 절대량을 의미한다.

(5) Primary spherical aberration (Z_4^0): 흔히 구면수차(spherical aberration)라고 부르는 변수로, 중심부와 주변부의 굴절력 차이를 의미한다. 양의 구면수차는 주변부의 굴절력이 더 큰 경우를 의미하고, 음의 구면수차는 중심부의 굴절력이 보다 큰 경우를 의미한다. 정상적인 사람 각막은 형태적으로는 주변부가 중심부보다 편평하지만, 주변부의 빛이 상대적으로 더욱 비스듬한 각도로 입사되기 때문에 광학적인 굴절력은 주변부가 더 크다. 따라서 양의 구면수

Table 1. Zernike polynomials

	Classical name	OSA index[2]	Radial order	Angular frequency	Normalization factor	Radial polynomial	Azimutal factor
Z_0^0	Piston	0	0	0	1	1	1
Z_1^{-1}	Vertical tilt	1	1	-1	2	r	sin(t)
Z_1^1	Horizontal tilt	2	1	1	2	r	cos(t)
Z_2^0	Defocus	4	2	0		$2r^2$-1	1
Z_2^2	Vertical astigmatism	5	2	2		r^2	cos($2t$)
Z_2^{-2}	Oblique astigmatism	3	2	-2		r^2	sin($2t$)
Z_3^{-1}	Vertical coma	7	3	-1		$3r^3$-$2r$	sin(t)
Z_3^1	Horizontal coma	8	3	1		$3r^3$-$2r$	cos(t)
Z_3^{-3}	Vertical trefoil	6	3	-3		r^3	sin($3t$)
Z_3^3	Oblique trefoil	9	3	3		r^3	cos($3t$)
Z_4^0	Primary spherical aberration	12	4	0		$6r^4$-$6r^2$-1	1
Z_4^2	Vertical secondary astigmatism	13	4	2		$4r^4$-$3r^2$	cos($2t$)
Z_4^{-2}	Oblique secondary astigmatism	11	4	-2		$4r^4$-$3r^2$	sin($2t$)
Z_4^4	Vertical quadrafoil	14	4	4		r^4	cos($4t$)
Z_4^{-4}	Oblique quadrafoil	10	4	-4		r^4	sin($4t$)
Z_6^0	Secondary spherical aberration	24	6	0		$20r^6$-$30r^4$+$12r^2$-1	1

OSA = The Optical Society.

차를 띄게 된다.

(6) Vertical secondary astigmatism (Z_4^2)/Oblique secondary astigmatism (Z_4^{-2}): Astigmatism이 중심부과 주변부에 차이가 있을 때 발생하는 수차이다. Vertical secondary astigmatism은 0° 경선을 기준으로 한다. 양의 vertical secondary astigmatism은 주변부에 WTR가 있고, 중심부에는 ATR가 있는 것을 의미한다. 반면, 음의 vertical secondary astigmatism은 주변부에는 ATR가 있고, 중심부에는 WTR가 있는 상태이다. 사난시(oblique secondary astigmatism)는 45° 경선을 기준으로 한다. Vertical secondary astigmatism과 oblique secondary astigmatism의 RMS은 secondary astigmatism의 절대값을 의미한다.

(7) Vertical Quadrafoil (Z_4^4)/Oblique Quadrafoil (Z_4^{-4}): 정면에서 본 안구를 4회 분할하고, 서로 이웃하지 않은 4구역을 하나로 묶어 크게 2개의 영역으로 구분한 경우, 양 영역 간의 굴절력 차이를 의미한다. Vertical quadrafoil과 oblique quadrafoil의 RMS은 quadrafoil의 절대량을 의미한다.

(8) Secondary spherical aberration (Z_6^0): 중심부와 주변부 외에, 이 사이 영역을 환상의 이행부로 정의하였을 때, 3개의 지역 간의 굴절력 차이를 나타내는 변수이다. 양의 secondary spherical aberration은 주변부의 굴절력이 크고 이행부로 갈수록 굴절력이 작아지다가 중심 영역에서 다시 굴절력이 커지는 것을 의미하고, 음의 secondary spherical aberration은 주변부의 굴절력이 작고 이행부로 갈수록 굴절력이 커지다가 중심 영역에서 다시 굴절력이 작아지는 것을 의미한다. 이상 알아본 수차 가운데에서는, 통상적으로 defocus와 astigmatism을 저위수차(low-order aberration)로, 이외 복잡한 수차를 고위수차(high-order aberration)로 분류한다.

수차의 억제 기전

안구 내에서 가장 중요한 수차의 억제 기전은 홍채의 존재이다. 수차는 각막이나 수정체 등 안구 내 빛의 매개체를 통과하며 발생하는 과정에서의 굴절력의 변이에 의해 발생한다. 따라서 홍채의 크기가 작아질 경우에는 수차도 줄어든다.

두 번째 기전은 원추세포의 분포이다. 원추세포가 황반의 중심부에 몰려 있는 사람 망막의 특성으로 인해 빛에 대한 민감도가 달라지므로, 대뇌에서 느껴지는 수차의 효과는 수차계에서 측정되는 양보다 더 적을 수 있다. 이를 Stiles-Crawford 효과라고 부른다.

이상 위에서 언급한 수차들은 주로 각막이나 수정체의 주변부의 굴절력의 작용을 억제하는 역할을 하므로 수차의 종류와 특성에 따라 억제의 가능 유무가 달라질 수 있다 (Table 2). 특히 angular frequency가 0인 defocus 계열의 수차들은 홍채나 망막의 민감도 등에 의해 감소할 수 있으나, 이외 수차들은 상쇄가 불가능하다. 아울러 angular frequency가 2나 -2인 astigmatism 계열의 수차는 안경을 통해 어느 정도 교정이 가능하다.

콘택트렌즈와 수차

모든 종류의 콘택트렌즈는 공통적으로 defocus와 astigmatism 등의 저위수차의 교정을 목표로 한다. 이외의 고위수차들의 변화는 특히 두 가지 종류의 콘택트렌즈에서 두드러지게 나타난다.

첫 번째가 콘택트렌즈 자체에 수차를 유발하는 디자인이 포함된 노안 교정 콘택트렌즈이다. 노안 교정 콘택트렌즈의 광학적 설계는 크게 이중초점렌즈(bifocal lens)와 다중초점렌즈(multifocal lens)로 나눌 수 있다. 이중초점렌즈는 상부와 하부의 굴절력을 다르게 하는 alternating lens와 중심부와 주변부 등 2개 영역의 굴절력을 다르게 하는 two-zone concentric lens, 렌즈에 투과회절격자 디자인을 포함한 diffractive lens로 구분된다. 다중초점렌즈는 렌즈의 중심부와 주변부에 걸쳐 굴절력이 서서히 변화하도록 디자인된 aspheric lens와 중심부/이행부/주변부 등 3개 이상의 영역으로 구분된 콘택트렌즈의 각 영역의 굴절력을 달리 하는 multi-zone concentric lens, aspehric len나 concentric lens에 투과회절격자 디자인을 혼합한 diffractive-refractive lens 등 크게 3가지로 크게 구분할 수 있다.

이 가운데 alternating lens는 덧댐 영역을 렌즈 하부에 두는 것을 원칙으로 하므로, 음의 vertical coma를 유발하는 기전으로 노안을 교정하며, aspheric lens나 two-zone concentric lens는 중심부와 주변부 간 굴절력 변이를 유발하는 primary spherical aberration을 음이나 양의 방향으로 유발

Table 2. Angular frequency and suppression mechanism of aberration

Angular frequecy	0	1, -1	2, -2	3, -3	4, -4
Segmentation		Half	Quadrant	Sextant	Octant
Offset by pupil	Possible	Impossible	Impossible	Impossible	Impossible
Offset by retinal sensitivity	Possible	Impossible	Impossible	Impossible	Impossible
Correction by glass	Possible	Impossible	Possible	Impossible	Impossible

하여 노안을 교정하고자 설계되었다. Multi-zone concentric lens는 그 설계에 따라 primary spherical aberration이나 secondary spherical aberration을 유발하는 기전을 가지고 있다.

수차와 관련된 또 하나의 콘택트렌즈는 Ortho-K 렌즈이다. Yoo et al[4]은 안경 착용 시와 Ortho-K 렌즈 착용 시의 안구 수차를 분석한 바 있다. 위의 연구에서 Ortho-K 렌즈는 상대적으로 각막 중심부를 편평하게 하고 각막 주변부의 굴절력은 가파르게 변하므로, 착용 이후나 착용 군에서 대조군에 비해 안구 고위수차가 크며, 특히 구면수차(spherical aberration)가 양의 방향으로 유의하게 커졌다(Fig. 1).

결 론

지금까지 수차의 기본 개념에 대해 간단히 알아보고 콘택트렌즈 착용 시의 수차에 대해 알아보았다. Angular frequency가 0인 수차들은 홍채와 망막의 민감도를 통해 상쇄가 가능하고, 2나 -2인 astigmatism 계열의 수차는 안경을 통해 교정이 가능하다. 반면 1이나 -1인 coma 계열의 수차, 3이나 -3인 trefoil 계열의 수차, 4나 -4인 quadrifoil 계열의 수차는 콘택트렌즈의 착용만을 통해 저하시킬 수 있다. Zernike 다항식을 통한 정확한 진단과 콘택트렌즈의 처방으로 시력의 질을 개선할 수 있을 것으로 기대된다.

수차는 불규칙 난시 등의 복잡한 정보를 포함한 각막 및 수정체의 굴절력을 파악하는 데에 필수적인 개념이다. 최근에는 저위수차와 고위수차 간의 상호 작용을 배제하고 이들을 명확히 구분하기 위한 수정된 형태의 다항식이 소개된 바 있다.[5] 또한 각막혼탁이나 눈물층 이상, 홍채 모양 이상 등이 있을 때에는, Fourier 다항식이 Zernike 다항식보다 그 재현성이 우수하다고 알려져 있다.[6] 추후에는 Shack-Hartmann wavefront sensor, Tschering aberrometer, Ray-tracing aberraometer, differential skiascopy 등의 다양한 wavefront 측정기기들 간의 측정값의 특성이나 차이에 대한 연구가 필요할 것으로 생각된다. 아울러 수차의 억제 기전 가운데 Stiles-Crawford 효과에 대한 연구가 필요하다.[7] 오랜 기간 동안 구면수차(spherical aberration)를 교정하기 위한 Aspheric intraocular lens (비구면 인공수정체)가 사용되어 왔으나 대조 민감도의 향상에 반해, 애초 기대만큼의 시력 개선 효과는 없었던 것으로 평가되고 있다.[8] 반대로 구면수차(spherical aberration)를 늘리는 기전으로 노안을 교정하는 콘택트렌즈의 시력의 질 감소 효과는 우려만큼 크지 않은 상황이다. 이러한 결과에는 원추세포 분포가 미치는 영향이 클 것이라 예상되고 있고, 아울러 원추세포 분포가 안축장에 따라 다르다는 연구 결과가 보고되고 있다.[9] 노안

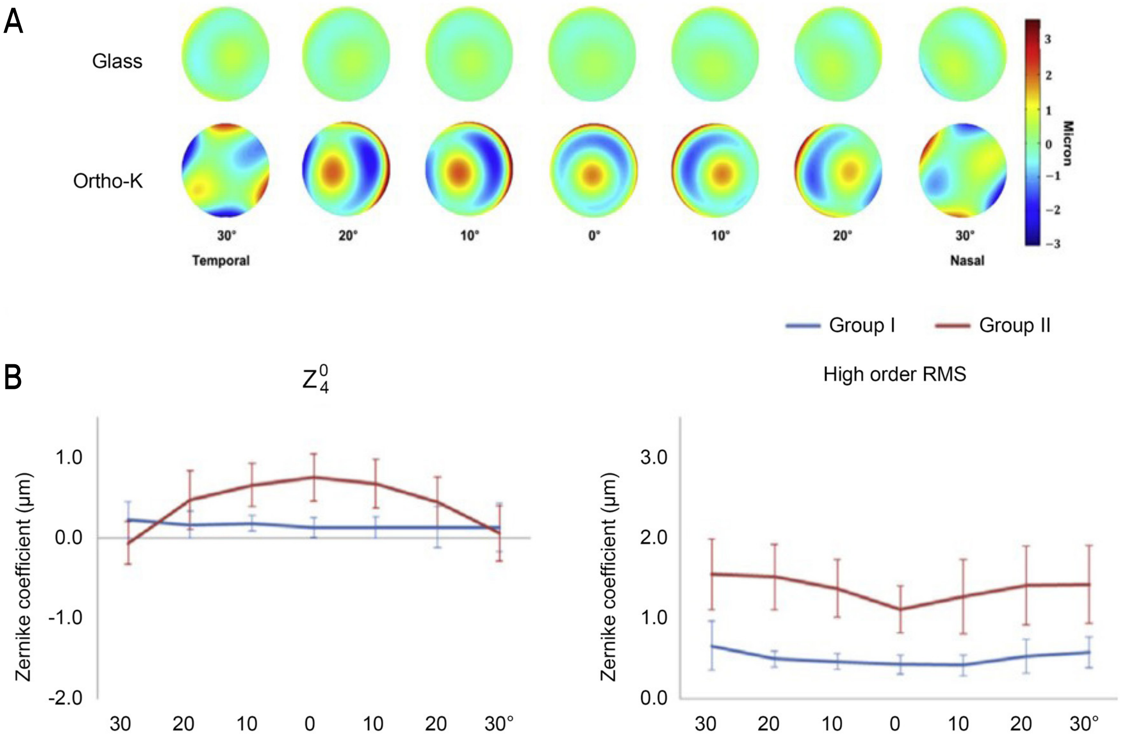

Figure 1. Comparison of high order aberrations between glasses (Group I) and Ortho-K lenses (Group II). (A) Aberration maps, (B) Spherical aberration and high order aberration. Ortho-K = Orthokeratology; RMS = root mean square. Modified from Yoo et al[4].

교정 렌즈나 Ortho-K 렌즈 착용이 시력의 질에 미치는 영향을, 원추세포 분포 및 안구 특성과 함께 분석하는 연구가 필요하다.

REFERENCES

1) Zernike F. Diffraction theory of the cutting edge method and its improved form, the phase contrast method. Physica 1934;1:689-704.
2) Thibos LN, Applegate RA, Schwiegerling JT, et al. Vision science and its applications. Standards for reporting the optical aberrations of eyes. J Refract Surg 2002;18:S652-60.
3) Saad A, Gatinel D. Evaluation of total and corneal wavefront high order aberrations for the detection of forme fruste keratoconus. Invest Ophthalmol Vis Sci 2012;53:2978-92.
4) Yoo YS, Kim DY, Byun YS, et al. Impact of peripheral optical properties induced by orthokeratology lens use on myopia progression. Heliyon 2020;6:e03642.
5) Gatinel D, Malet J, Dumas L. Polynomial decomposition method for ocular wavefront analysis. J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis 2018;35:2035-45.
6) Yoon G, Pantanelli S, MacRae S. Comparison of Zernike and Fourier wavefront reconstruction algorithms in representing corneal aberration of normal and abnormal eyes. J Refract Surg 2008;24:582-90.
7) Stark LR, Kruger PB, Rucker FJ, et al. Potential signal to accommodation from the Stiles-Crawford effect and ocular monochromatic aberrations. J Mod Opt 2009;56:2203-16.
8) Schuster AK, Tesarz J, Vossmerbaeumer U. The impact on vision of aspheric to spherical monofocal intraocular lenses in cataract surgery: a systematic review with meta-analysis. Ophthalmology 2013;120:2166-75.
9) Mirhajianmoghadam H, Jnawali A, Musial G, et al. In vivo assessment of foveal geometry and cone photoreceptor density and spacing in children. Sci Rep 2020;10:8942.